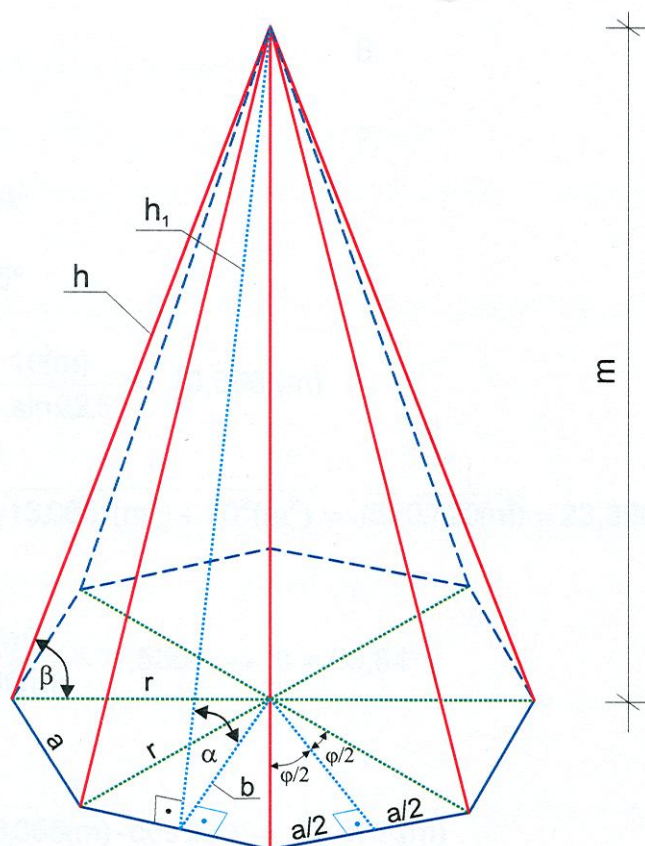


A szabályos n - szög alapú sátor -, ill. toronytető adatai közötti összefüggésekről

Tekintsük az 1. ábra szerinti *toronytetőt* – ld. [1]!



1. ábra

Adott: n, a, m .

Keresett: $\varphi, r, h, \beta, b, \alpha, h_1, A$.

Megoldás:

Az n - oldalú sokszög alakú ereszfonal egy szakaszához tartozó középponti szög az $n \cdot \varphi = 360^\circ$ összefüggésből:

$$\varphi = \frac{360^\circ}{n}. \quad (1)$$

Az 1. ábra szerint:

$$a = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (2)$$

innen az alapsokszög köré írt kör sugara:

$$r = \frac{a}{2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}; \quad (3)$$

most (1) és (3) - mal:

$$r = \frac{a}{2 \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}}. \quad (4)$$

Ezután Pithagorász tételével az élek hossza:

$$h = \sqrt{r^2 + m^2}; \quad (5)$$

majd (4) és (5) - tel:

$$h = \sqrt{m^2 + \left(\frac{a}{2 \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}} \right)^2}. \quad (6)$$

Az élek hajlása:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{m}{r}; \quad (7)$$

most (4) és (7) - tel:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{m}{\frac{a}{2 \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}}} = 2 \cdot \frac{m}{a} \cdot \sin \frac{180^\circ}{n},$$

tehát

$$\operatorname{tg} \beta = 2 \cdot \frac{m}{a} \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}; \quad (8)$$

innen:

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(2 \cdot \frac{m}{a} \cdot \sin \frac{180^\circ}{n} \right). \quad (9)$$

Megint az 1. ábra alapján:

$$b = r \cdot \cos \frac{\varphi}{2}; \quad (10)$$

most (3) és (10) - zel:

$$b = \frac{a}{2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} = \frac{a}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}},$$

tehát

$$b = \frac{a}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}; \quad (11)$$

ezután (1) és (11) - gyel:

$$b = \frac{a}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}. \quad (12)$$

Ismét az 1. ábrával a tetősíkok hajlása:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{b}; \quad (13)$$

most (12) és (13) - mal:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{\frac{a}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}} = 2 \cdot \frac{m}{a} \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n},$$

tehát

$$\operatorname{tg} \alpha = 2 \cdot \frac{m}{a} \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}; \quad (14)$$

innen:

$$\alpha = \arctg \left(2 \cdot \frac{m}{a} \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \right). \quad (15)$$

Az 1. ábra szerint:

$$h_1 = \sqrt{m^2 + b^2}; \quad (16)$$

most (12) és (16) - tal:

$$h_1 = \sqrt{m^2 + \left(\frac{a}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}} \right)^2}. \quad (17)$$

Végül a tető felszíne:

$$A = n \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_1; \quad (18)$$

most (17) és (18) - cal:

$$A = \frac{1}{2} \cdot n \cdot a \cdot \sqrt{m^2 + \left(\frac{a}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}} \right)^2}. \quad (19)$$

Ezzel a feladatot megoldottuk.

Megjegyzések:

M1. A feladat megoldása során arra törekedtünk, hogy a keresett mennyiségek és az adott (***n***, ***a***, ***m***) mennyiségek kapcsolata jól látható legyen.

M2. Érdekes megvizsgálni azt az esetet, amikor az alapsokszög oldalszáma minden határon túl nő. Ajánljuk, hogy az Olvasó végezze el ezt a vizsgálatot:

~ a tetőhajlás és

~ a tetőfelszín vonatkozásában is!

Irodalom:

[1] – Galgóczi Gyula: Diplomamunka

Soproni Egyetem Tanárképző Intézet, okl. mérnöktanári szak
Sopron, 1999.

Összeállította: Galgóczi Gyula
mérnöktanár

Szödliget, 2008. november 16.